



RENIECYT - LATINDEX - Research Gate - DULCINEA - CLASE - Sudoc - HISPANA - SHERPA UNIVERSIA - E-Revistas - Google Scholar
DOI - REDIB - Mendeley - DIALNET - ROAD - ORCID

Title: Control Robusto \mathcal{H}_∞ en forma Global para Robot Manipulador

Authors: CHÁVEZ-GUZMÁN, Carlos ESQUEDA-ELIZONDO, José MERIDA-RUBIO, Jovan y
COLORES-VARGAS, Juan Miguel

Editorial label ECORFAN: 607-8695
BCIERMMI Control Number: 2019-322
BCIERMMI Classification (2019): 241019-322

Pages: 31

RNA: 03-2010-032610115700-14

ECORFAN-México, S.C.
143 – 50 Itzopan Street
La Florida, Ecatepec Municipality
Mexico State, 55120 Zipcode
Phone: +52 1 55 6159 2296
Skype: ecorfan-mexico.s.c.
E-mail: contacto@ecorfan.org
Facebook: ECORFAN-México S. C.
Twitter: @EcorfanC

www.ecorfan.org

Holdings

Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic
Spain	El Salvador	Republic
Ecuador	Taiwan	of Congo
Peru	Paraguay	Nicaragua

Agenda:

1. Introducción
2. Objetivo
3. Hipótesis
4. Metodología
5. Resultados
6. Conclusiones
7. Referencias

1.Introducción

Los procesos de manufactura han incrementado el uso de robots manipuladores en tareas cada vez más complejas, por consiguiente es imprescindible **diseñar mejores Sistemas de Control**, para minimizar los efectos inherentes a los sistemas mecánicos como son: fricción, juego angular y zona muerta. Otros fenómenos que afectan el rendimiento del sistemas de control son: incertidumbre en el modelo, ruido en mediciones y perturbaciones externas.

2.Objetivo

Proponer una solución al problema de control de movimiento \mathcal{H}_∞ en forma global, aplicado a robots manipuladores de l grados de libertad, completamente actuados, con articulaciones de tipo rotacional y sujeto a perturbaciones externas.

3.Hipótesis

Demostrar que la desigualdad de Hamilton-Jacobi-Isaacs se cumple por medio de una función estricta de Lyapunov propuesta por Kelly, Santibáñez y Loria (2005), y establecer las condiciones suficientes bajo las cuales el punto de equilibrio del sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable en forma global mientras que el sistema perturbado tiene una ganancia \mathcal{L}_2 menor o igual a una constante predeterminada, esto permite diseñar el controlador robusto \mathcal{H}_∞ en forma global.

4.Desarrollo

Sea el sistema Euler-Lagrange de un robot manipulador de l *gdl* que se muestra en la *figura 1*, y que se define de la forma:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau(t) + w_m(t), \quad (1)$$

donde:

$t \in \mathbb{R}$, es el tiempo

$q(t) \in \mathbb{R}^l$, es el vector de posiciones articulares

$\dot{q}(t) \in \mathbb{R}^l$, es el vector de velocidades articulares

$M(q) \in \mathbb{R}^{l \times l}$, es la matriz de inercia

$C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{l \times l}$, es la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis

$g(q) \in \mathbb{R}^l$, es el vector de pares gravitacionales

$\tau(t) \in \mathbb{R}^l$, es el vector de fuerzas y pares aplicados a las articulaciones

$w_m(t) \in \mathbb{R}^l$, son perturbaciones acopladas que pertenecen al espacio \mathcal{L}_2

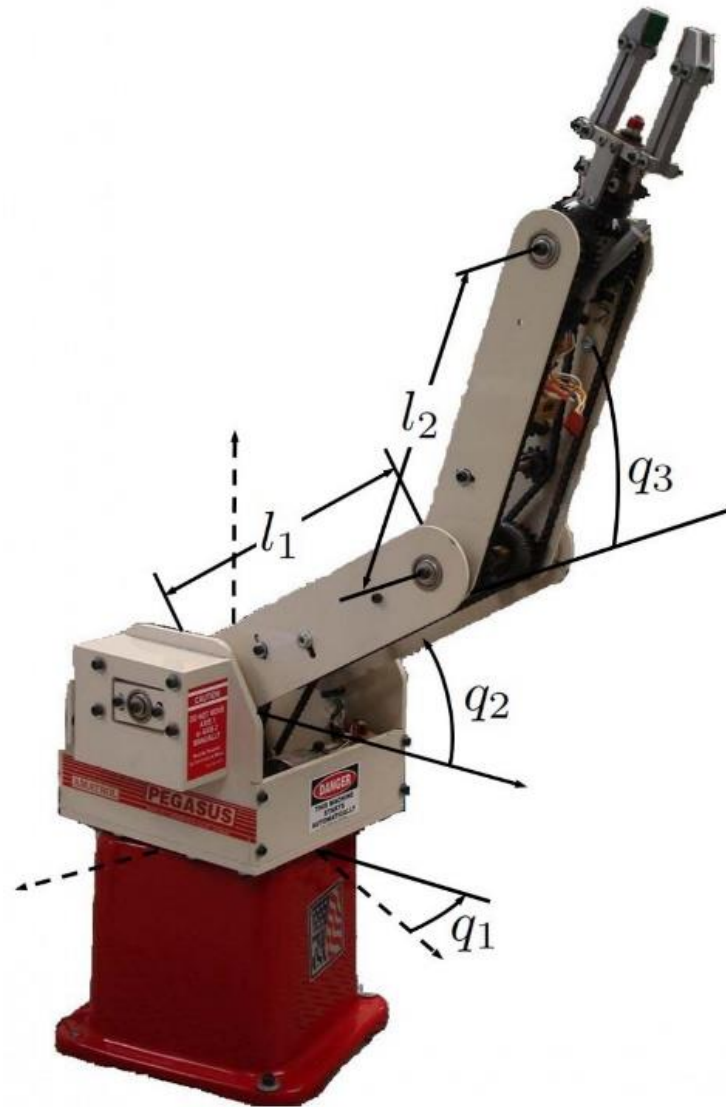


Figura 1 Robot manipulador de tres grados de libertad (fuente propia)

4.1. Objetivo de control

Dada la ecuación dinámica y dado un conjunto de funciones vectoriales acotadas $q_d(t)$, $\dot{q}_d(t)$ y $\ddot{q}_d(t)$ referidas como posiciones, velocidades y aceleraciones articulares deseadas respectivamente, **encontrar la entrada de control $\tau(t)$, de tal forma que las posiciones $q(t)$ asociadas a las coordenadas articulares del robot sigan con precisión a $q_d(t)$** , es decir:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|q(t) - q_d(t)\| = 0, \quad (2)$$

para una condición arbitraria $q(0)$ en presencia de disturbios externos.

Proposición 1 Se propone el siguiente controlador por pre-compensación, de la forma:

$$\tau(t) = M(q_d)\ddot{q}_d + C(q_d, \dot{q}_d)\dot{q}_d + g(q_d) - K_p x_1 - K_v x_2 + u(t), \quad (3)$$

donde:

$x_1(t) = q(t) - q_d(t)$, vector de error de posición

$x_2(t) = \dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)$, vector de error de velocidad

$K_p, K_v \in \mathbb{R}^{l \times l}$, son matrices simétricas y definidas positivas, que llevan al robot manipulador a la posición deseada

El Sistema en lazo cerrado, se obtiene de sustituir el controlador propuesto en el sistema Euler-Lagrange, y se representa en la forma del control \mathcal{H}_∞ (Orlov y Aguilar, 2014):

$$\dot{x}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} x_2 \\ M^{-1}(x_1 + q_d)(-C(x_1 + q_d, x_2 + \dot{q}_d)x_2 - K_p x_1 - K_v x_2 - h(t, x)) \end{bmatrix}}_{f(x,t)} +$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M^{-1}(x_1 + q_d) & 0 \end{bmatrix}}_{g_1(x,t)} w(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(x_1 + q_d) \end{bmatrix}}_{g_2(x,t)} u(t),$$

$$z(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \rho \tanh(x_1) \\ \rho x_2 \end{bmatrix}}_{h_1(x,t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}}_{k_{12}(x,t)} u(t),$$

$$y(t) = \underbrace{x(t)}_{h_2(x,t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix}}_{k_{21}(x,t)} w(t),$$

(4)

donde:

$x = [x_1 \quad x_2]^T \in \mathbb{R}^{2l}$, es el vector de estados

$u(t) \in \mathbb{R}^{2l}$, es el vector de entrada de control

$w(t) \in \mathbb{R}^{3l}$, es el vector de disturbios desconocidos e incertidumbre en el modelo

$z(t) \in \mathbb{R}^{4l}$, es el vector de la salida desconocida a ser controlada

$y(t) \in \mathbb{R}^l$, es el vector de salida

$h(t, x) = -C(x_1 + q_d, x_2 + \dot{q}_d)x_2 - K_p x_1 - K_v x_2$, es la dinámica residual

4.2. Punto de equilibrio

Se utiliza el teorema de contracción de mapas para determinar bajo que condición el origen es el único punto de equilibrio de la función $f(t, x)$ en el sistema en lazo cerrado (4) libre de perturbaciones y con $u(t) = 0$.

$$\|\eta(\varphi) - \eta(\vartheta)\| \leq \frac{K_M \|\ddot{q}_d\|_\infty - K_{c2} \|\dot{q}_d\|_\infty^2 + K_g}{\lambda_{\min}(K_p)} \|\varphi - \vartheta\| \quad (5)$$

La constante de Lipschitz en (5) debe ser menor que uno para garantizar unicidad del punto de equilibrio, y por el teorema de contracción de mapas, tenemos que si la siguiente desigualdad

$$\lambda_{min}(K_p) > K_M \|\ddot{q}_d\|_\infty + K_{c2} \|\dot{q}_d\|_\infty^2 + K_g \quad (6)$$

se satisface, entonces el origen es el único punto de equilibrio.

4.3. Análisis y diseño del regulador de movimiento global \mathcal{H}_∞

Para diseñar el regulador de movimiento global \mathcal{H}_∞ es necesario postular el siguiente teorema:

Teorema 1. Considérese las siguientes funciones:

$$V(t, x) = \frac{1}{2} x_1^T K_p x_1 + \frac{1}{2} x_2^T M(x_1 + q_d) x_2 + \beta \tanh(x_1)^T M(x_1 + q_d) x_2, \quad \beta > 0 \quad (7)$$

$$F(x) = \epsilon \tanh(x_1)^T \tanh(x_1) + \epsilon x_2^T x_2$$

donde $V(x)$ será definida positiva para toda $x(t)$ y para alguna $\beta > 0$ si la desigualdad

$\lambda_{min}(K_p) > \frac{\beta^2 \lambda_{MAX}^2(M)}{\lambda_{min}(M)}$ se cumple, entonces la hipótesis se satisface si:

$$\lambda_{min}(K_v) > K_{h1} + \beta(b - \rho^2 - \epsilon),$$

$$\lambda_{MAX}(K_p) > \beta^2 \lambda_{MAX}(M),$$

$$K_{h2} - \rho^2 - \epsilon > \lambda_{min}(K_v) > \left(\frac{\left(a + \frac{1}{2\beta} K_{h2}\right)^2}{\frac{1}{\beta}(\lambda_{min}(K_v) - K_{h1}) - b + \rho^2 + \epsilon} + K_{h2} - \rho^2 - \epsilon \right)$$

donde $a = \frac{1}{2}(\lambda_{MAX}(K_v) + K_{c1}\|\dot{q}_d\|_\infty + K_{h1})$, $b = \lambda_{MAX}(M) + \sqrt{n}K_{c1}$ y $\epsilon > 0$ es una constante suficientemente pequeña.

Se cumple y el control \mathcal{H}_∞ en forma global es de la forma:

$$u(t, x) = -\frac{1}{2}(\beta \tanh(x_1) + x_2) \tag{8}$$

5. Resultados

El experimento del regulador de movimiento se realizó en un robot manipulador (ver figura 1) marca AMATROL[®]. El brazo manipulador es requerido para que se desplace de la posición inicial $q_1(0) = q_2(0) = q_3(0) = 0$ rad y siga las trayectorias generadas por las siguientes funciones:

$$q_{d1} = \frac{\pi}{2} (1 - e^{-2t^3}) + \frac{\pi}{2} (1 - e^{-2t^3}) \sin(0.0006\pi t) ,$$

$$q_{d2} = \frac{\pi}{4} (1 - e^{-2t^3}) + \frac{\pi}{4} (1 - e^{-2t^3}) \sin(0.0004\pi t) ,$$

$$q_{d3} = \frac{\pi}{8} (1 - e^{-2t^3}) + \frac{\pi}{8} (1 - e^{-2t^3}) \sin(0.0002\pi t) ,$$

con las condiciones iniciales para el vector de velocidad en $\dot{q}(0) \in \mathbb{R}^3$ igual a cero.

Las ganancias de las matrices de posición y velocidad propuestas son:

$$K_p = \text{diag}\{1689.6, 1685.6, 1684.6\}$$

$$K_v = \text{diag}\{5.9546, 4.9576, 3.9546\}$$

y los parámetros de diseño del control \mathcal{H}_∞ son:

$$\rho = 0.1,$$

$$\beta = 1.1,$$

$$\epsilon = 0.01.$$

El objetivo de control (2) se satisface con el controlador propuesto como se observa en la figura 2-(a), sin embargo, la respuesta del sistema en lazo cerrado (ver figura 2-(a)) presenta un corrimiento para las articulaciones $q_1(t), q_2(t)$ de aproximadamente 4.5s, este fenómeno se debe a la alta relación de engranes que compone la transmisión de la planta y que fueron consideradas como incertidumbre en el modelo dinámico del robot.

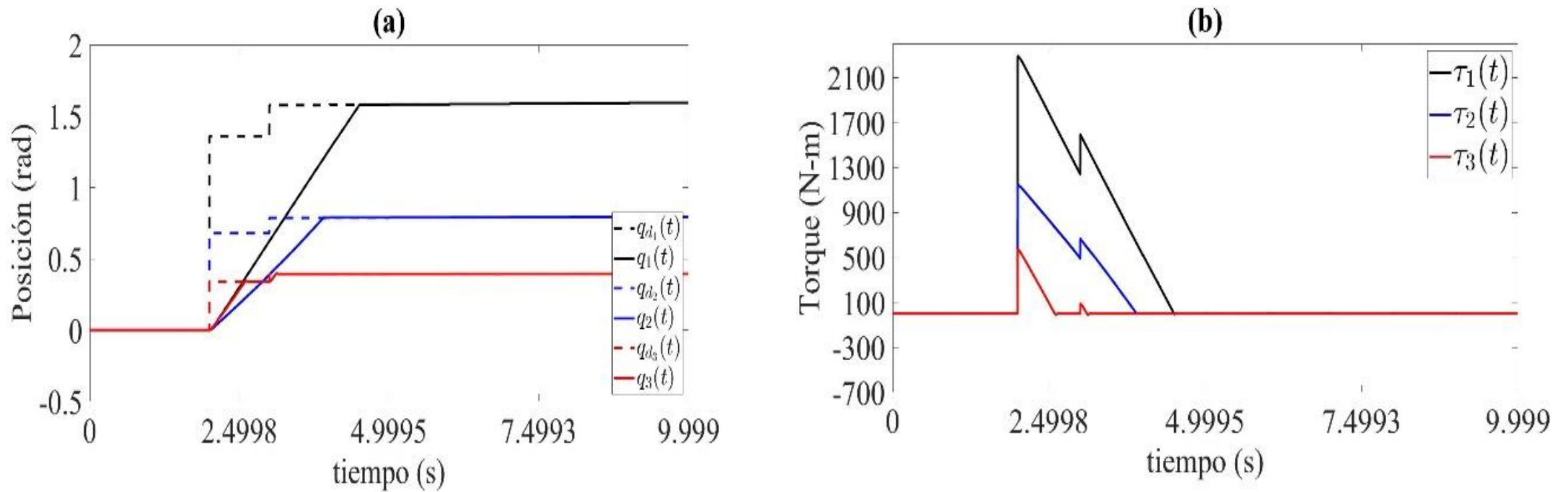


Figura 2 Resultados Experimentales del rendimiento del sistema en lazo cerrado con el regulador de movimiento global \mathcal{H}_∞ (4.3.2), donde a) es la posición articular $q(t)$, b) es el par aplicado $\tau(t)$. (fuente propia)

6. Conclusiones

- En esta investigación se comprobó la desigualdad de Hamilton-Jacobi-Isaacs para el problema del control \mathcal{H}_∞ en sistemas no lineales y variantes en el tiempo y restringido al caso particular del problema de seguimiento de trayectorias aplicado a un sistema Euler-Lagrange completamente actuado y con articulaciones de tipo rotacional se satisface con las funciones $(V(x, t), F(x))$ propuestas. Para este fin se propuso un controlador PD con pre-compensación en combinación con un controlador \mathcal{H}_∞ .

□ La verificación de la desigualdad de Hamilton-Jacobi-Isaacs para el control \mathcal{H}_∞ , fue posible gracias a la función estricta de Lyapunov Kelly et al. (2005), a la función definida positiva $F(x)$ y por último al diseño apropiado de la función definida positiva $h_1(x) = [0 \quad \rho \tanh(x_1) \quad \rho x_2]^T$ que ayudaron en el diseño del control \mathcal{H}_∞ , una aportación interesante surge de esta última función, porque de ella se desprende la salida objetivo a ser controlada y es la primera vez que se propone saturando uno de los estados de la planta con la función $\tanh(x)$. La finalidad de saturar el estado x_1 en la salida objetivo fue para obtener un control \mathcal{H}_∞ saturado en el estado x_1 .

7. Referencias

- Arimoto, S. (1996). *Control Theory of Non-Linear Mechanical Systems: A Passivity-Based and Circuit-Theoretic Approach*. Nueva York, Estados Unidos de Norte América: Editorial Oxford University.
- Acho, L., Orlov Y. y Solis, V. (2001). Non-Linear measurement feedback \mathcal{H}_∞ -control of time-periodic systems with application to tracking control of robot manipulators. *International Journal of Control*, vol. 74 (2), 190-198.
- Aliyu, M. D. S. (2003). An approach for solving the Hamilton-Jacobi-Isaacs equation (HJIE) in nonlinear \mathcal{H}_∞ control. *Automatica*, Vol. 39 (5), 877-884.
- Aliyu, M. D. S. (2011). *Nonlinear \mathcal{H}_∞ Control, Hamiltonian Systems, and Hamilton Jacobi Equations*. Montreal, Canada: Editorial CRC.
- Boyd, S., El Ghaoui, L., Feron, E. y Balakrishnan, V. (1994). *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Filadelfia, Estados Unidos de Norte América: Editorial SIAM.

- Ball, J., Helton, J. y Walker, M. (1993). \mathcal{H}_∞ control for nonlinear systems with output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 38 (4), 546-559.
- Castaño, F. y Fridman, L. (2006). Analysis and Design of Integral Manifolds for Systems with Unmatched Perturbations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 51 (5), 853-858.
- Chung, W., Fu, L. y Hsu, S. (2008). *Handbook of Robotics: Motion Control*. Londres, Inglaterra: Editorial Springer.
- Ud Din, S., Khan, Q., ur Rehman, F. y Akmeliawati, R. (2016). Robust control of underactuated systems: higher order integral sliding mode approach. *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2016. doi:10.1155/2016/5641478.
- Doyle, C., Glover, K., Khargonekar, P. y Francis, B. (1989). State-space solution to standard \mathcal{H}_2 and \mathcal{H}_∞ control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 34 (8), 831-847.

- Ferreira, H., Rocha, P. y Sales, R. (2008). Galerkin method and weight function applied to nonlinear \mathcal{H}_∞ control with output feedback, *Journal of Vibration and Control*, Vol. 16 (12), 1817-1843.
- Fridman, L., Barbo, J., Plestan, F. (2016). *Recent Trends in Sliding Mode Control*. Londres, Inglaterra: Editorial IET.
- Galvan, G.R., Fridman, L. (2015). Robustification of time varying linear quadratic optimal control based on output integral sliding modes. *IET Control Theory and Applications*, vol. 9 (4), 563-572.
- Glad, S. (1987). Robustness of nonlinear state feedback: a survey. *Automatica*, Vol. 23 (4), 425-435.
- Hardt, M., Helton, J. y Kreutz, K. (2000). Numerical solution of nonlinear \mathcal{H}_2 and \mathcal{H}_∞ control problems with application to jet engine compressors. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, Vol.8 (1), 98-111.

- Hardt, M., Helton, J. y Kreutz, K. (2000). Numerical solution of nonlinear \mathcal{H}_2 and \mathcal{H}_∞ control problems with application to jet engine compressors. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, Vol.8 (1), 98-111.
- Helton, J. y James, M. (1999). *Extending \mathcal{H}_∞ Control to nonlinear systems-Control of nonlinear systems to achieve performance objectives*. Filadelfia, Estados Unidos de Norte América: Editorial SIAM.
- Isidori, A. y Astolfi, A. (1992). Disturbance attenuation and \mathcal{H}_∞ -control via measurement feedback in nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37 (9), 1283-1293.
- Kelly, R., Santibañez, V. y Loria, A. (2005). *Control of Robot Manipulators in Joint Space*. Londres, Inglaterra: Editorial Springer Verlag.
- Krstić, M. y Deng, H. (1998). *Stabilization of Nonlinear Uncertain Systems, Communications and Control Engineering*. Londres, Inglaterra: Editorial Springer.

- Kumar, P. R., Chalanga, A. y Bandyopadhyay, B. (2015). Smooth integral sliding mode controller for the position control of Stewart plataform. *ISA Transaction*, vol. 58, 543-551. doi: 10.1016/j.isatra.2015.06.003.
- Levant, A. (2010). Chattering analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.55 (6), 1380-1389.
- Lukes, D. (1969). Otimization regulation of nonlinear dynamical systems. *SIAM Journal on Control*, Vol.7 (1), 75-100.doi: 10.1137/0307007.
- Meza, I., Aguilar, L., Shiriaev, A., Fridovich, L. y Orlov, Y. (2011). Periodic motion planning and nonlinear \mathcal{H}_∞ tracking control of a 3-DOF underactuated helicopter. *International Journal of Systems Science*, Vol. 42 (5), 829-838.
- Orlov, Y. y Aguilar, L. (2004). Non-smooth \mathcal{H}_∞ -position control of mechanical manipulators with frictional joints. *International Journal of Control*, Vol. 77 (11), 1062-1069.
- Orlov, Y. y Aguilar, L. (2014). *Advanced \mathcal{H}_∞ Control: Towards Nonsmooth Theory and Applications*. Nueva York, Estados Unidos de Norte América: Editorial Birkhäuser.

- Osuna, T., Montaña, O.E. y Orlov, Y. (2016). Nonlinear \mathcal{L}_2 -Gain analysis of hybrid systems in the presence of sliding modes and impacts. *Mathematical problems in Engineering*, Vol. 2016. doi: 10.1155/2016/9074096.
- Rubagotti, M., Castaño, F., Ferrara, A. y Fridman, L. (2011). Integral sliding mode control for nonlinear systems with matched and unmatched perturbations. *IEEE Transactions on automatic control*, Vol. 56 (11), 2699-2704.
- Sage, H., De Mathelin, M. y Ostertag, E. (1999). Robust control of robot manipulators: A survey, *International Journal of Control*, vol.72 (16), 1498-1522.
- Spong, M., Khorasani, K. y Kokotovic, P. (1987). An Integral Manifold Approach to the Feedback Control of Flexible Joint Robots. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, Vol.3 (4), 291-300.
- Spong, M. y Vidyasagar, M. (1989). *Robot Dynamics and Control*. Nueva York, Estados Unidos de Norte América: Editorial Wiley.

- Subbotin, A. (1995). *Generalized Solution of First-Order PDE's the Dynamical Optimization Perspective*. Boston, Estados Unidos de Norte America: Editorial Birkhäuser.
- Utkin, V., Guldner, J. y Shi, J. (2009). *Sliding Modes Control in Electromechanical Systems*. Nueva York, Estados Unidos de Norte América: Editorial CRC.
- Utkin, V. (1992). *Sliding Modes in Control Optimization*. Berlin, Alemania: Editorial Springer-Verlag.
- Utkin, V. y Lee, H. (, 2006). Chattering problem in sliding mode control systems. *Proceeding of the 2006 International Workshop on Variable Structure Systems*, Alghero, Italy, 346-350.
- Van der Schaft, A. J. (1992). \mathcal{L}_2 -gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state feedback \mathcal{H}_∞ control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 37 (6), 770-784.
- Wen, J. y Jian, X. (2004). Nonlinear Integral type Sliding surface for both Matched and Unmatched Uncertain Systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, Vol 49 (8), 1355-1360. doi: 10.1109/TAC.2004.832658.

Yim, J. y Park, J. (1999). Nonlinear \mathcal{H}_∞ control of robotic manipulator. *1999 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetic*. Conferencia llevada a cabo en IEEE SMC'99 Conference Proceeding, Tokio, Japón.

Zheng, B. y Park, J. (2015). Adaptive integral sliding mode control with bounded \mathcal{L}_2 -gain performance of uncertain quantized control systems. *IET Control Theory Applications*, Vol. 9 (15), 2273-2282.



ECORFAN®

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- (www.ecorfan.org/ booklets)